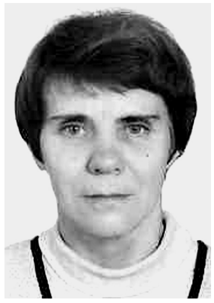
Нечеткие модели принятия оптимальных решений в управлении аграрным производством



В. Е. Парфенова,
д. э. н., профессор, Санкт-Петербургский государственный аграрный университет
w.parfenova@mail.ru

В современных условиях достичь существенных результатов в аграрной отрасли невозможно без выхода ее на инновационный путь развития. Говоря об инновационном развитии в этой сфере, обычно рассматривают производственно-технологическое направление. Однако инновации этим не ограничиваются. Нужны также новые подходы и к методам принятия хозяйственных решений, представляющих собой элемент экономико-организационного направления.

Главная особенность сельскохозяйственного производства заключается в том, что оно зависит от производственно-экономических, социальных и от природно-биологических факторов. Совместное их влияние приводит к тому, что показатели сельскохозяйственного производства не являются детерминированными величинами. Они колеблются как во времени, так и в пространстве. Поэтому проблема принятия управленческих решений в условиях неопределенности в сфере сельскохозяйственного производства является чрезвычайно важной и актуальной.

В аграрной науке важную роль играет оптимизационный подход. Однако разработанные к настоящему времени методы принятия оптимальных решений дают возможность выбирать наилучшие альтернативы либо в условиях полной определенности (детерминированные модели), либо в условиях конкретного вида неопределенности, носящего вероятностный характер (стохастические модели). Подобные модели не дают адекватного решения задачи в условиях других неопределенностей, не носящих вероятностного характера, наличие которых наиболее характерно для современных экономических задач. С единых позиций рассмотреть различные виды неопределенности позволяет теория нечетких множеств. Ее использование будет способствовать дальнейшему развитию оптимизационного подхода в аграрной науке.

Настоящая статья посвящена применению методов нечеткого математического программирования к решению задач аграрного производства.

Ключевые слова: инновационное развитие, аграрное производство, управление, нечеткая модель, оптимизация.

Одним из ключевых факторов развития сельскохозяйственного производства в современных рыночных условиях является инновационная составляющая. Мировой опыт показывает, что сегодня достижение существенных результатов в аграрном секторе экономики возможно лишь на путях его перехода к инновационной модели хозяйствования. Говоря об инновационном развитии в этой сфере, обычно рассматривают производственно-технологическое направление. Однако инновации не ограничиваются производственно-технологической составляющей. Они представляют собой единство технических, технологических, экономических, организационных и социальных нововведений. В изменившихся условиях необходимы и новые подходы к методам принятия хозяйственных решений, представляющих собой элемент экономико-организационного направления. Для управления аграрной сферой особого внимания заслуживает проблема принятия решений в условиях неопределенности.

Главная особенность сельскохозяйственного производства заключается в том, что оно зависит не только от производственно-экономических и социальных, но в немалой степени и от природно-биологических факторов. Совместное влияние всех этих факторов приводит к тому, что показатели сельскохозяйственного производства, в частности, такие как урожайность сельскохозяйственных культур, цены реализации, спрос, валовой выпуск и др. не являются детерминированными величинами. Они колеблются, причем их колебание происходит как во времени, так и в пространстве. Поэтому проблема неопределенности при принятии решений по управлению развитием сельскохозяйственного производства является чрезвычайно важной и актуальной.

В аграрной науке при решении проблем управления сельскохозяйственным производством важную роль играет оптимизационный подход. Однако разработанные к настоящему времени количественные методы принятия оптимальных решений дают возможность выбирать наилучшие из множества возможных решений либо в условиях полной определенности (детерминированные модели), либо в условиях конкретного вида неопределенности, носящего вероятностный характер, т. е. в условиях риска (стохастические модели) [2]. Подобные модели не дают адекватного решения задачи в условиях других неопределенностей, не носящих вероятностного характера, наличие которых наиболее характерно для современных экономических задач.

Наличие различных видов неопределенностей приводит к необходимости дальнейшего развития оптимизационного подхода в аграрной науке с применением математических методов, позволяющих формализовать и одновременно обрабатывать различные виды неопределенности. Одним из наиболее эффективных математических инструментариев, направленных на формализацию и обработку неопределенной информации является теория нечетких множеств. Данная теория позволяет с единых позиций рассмотреть различные виды неопределенности.

Настоящая статья посвящена применению методов нечеткого математического программирования в решении задач аграрного сектора экономики. Следует заметить, что теория и методы решения задач нечеткого математического программирования на сегодняшний день достаточно разработаны [1, 5, 7]. Но в литературе практически нет примеров, иллюстрирующих данные методы для решения задач аграрной отрасли.

В тех случаях, когда задача математического программирования формируется на основе неполной, нечеткой или качественной информации, мы имеем нечеткую задачу оптимизации или задачу нечеткого математического программирования. В общем случае нечеткость может проявляться в форме нечеткого описания функции цели, ограничений и параметров, от которых они зависят, а также самого множества альтернатив. Различие форм нечеткого описания исходной информации ведет и к различиям в математических формулировках соответствующих задач нечеткого математического программирования. В аграрной науке наибольшее применение нашли линейные модели оптимизации. Нечеткий вариант стандартной задачи линейного программирования был нами рассмотрен в работе [4].

В данной статье рассматриваются линейные задачи оптимизации, в которых источником нечеткости являются параметры целевой функции или (и) параметры ограничений.

Начнем рассмотрение с задачи линейного программирования с нечеткой целевой функцией. Такая задача формулируется следующим образом:

$$F_{\text{неч}}(x)=\sum_i c_{\text{неч}\,i}\, x_i \rightarrow \max, \qquad (1)$$

при четких ограничениях:

$$Ax \leq b,\ x \geq 0, \qquad (2)$$

где $x=(x_1, x_2,..., x_n)^T$, $b^T=(b_1,...,b_m)^T$, $A=\{a_{ij}\}_{m\times n}$, $i=1...m$, $j=1...n$, $c_{\text{неч}}=(c_{\text{неч }1}, c_{\text{неч }2}, ..., c_{\text{неч }n})$ — нечеткие коэффициенты целевой функции.

Решение задачи (1), (2) зависит от того, какая дополнительная информация известна лицу принимающему решению (ЛПР). Во многих случаях решение задач с нечеткими параметрами сводится к задачам интервального программирования [3]. Например, предположим, что лицо, принимающее решение может указать для каждого коэффициента c_i только интервалы $c_j \in [c_j^L, c_j^R]$, где L и R означают левую и правую границы интервалов. При этом только 1 элемент из пространства $[c_1^L, c_1^R]\times...\times[c_n^L, c_n^R]$ является истинным вектором коэффициентов целевой функции задачи (1), (2).

В этом случае мы сталкиваемся с проблемой наличия бесконечного множества целевых функций вида (1), которые должны быть максимизированы одновременно. Определение оптимального решения здесь сопряжено с большими вычислительными затратами. Поэтому стараются определить так называемое «компромиссное» решение. Для его получения рассматривают различные функции предпочтения, преобразующие бесконечное множество целевых функций в единственную компромиссную функцию. Рассмотрим их.

Самый простой способ — это выбрать единственного представителя c_j^0 для каждого интервала $[c_j^L, c_j^R]$, и перейти к решению обычной однокритериальной задачи линейного программирования. Для выбора c_j^0 в научной литературе предлагаются разные способы [3].

Если ЛПР не имеет достаточной информации, то ему следует выбирать середину интервалов $[c_j^L, c_j^R]$, ($j=1...n$), получая целевую функцию в виде:

$$F(x)= 1/2\, [F_{\min}(x) + F_{\max}(x)], \qquad (3)$$

где $F_{\min}$ и $F_{\max}$ являются решениями задачи (1), (2) с коэффициентами целевой функции равными соответственно нижней и верхней границам интервалов $[c_j^L, c_j^R]$, $j=1...n$.

В функции (3) минимальное и максимальное решения считаются равноправными. В более общем случае предлагается взвешивать $F_{\min}$ и $F_{\max}$, применяя для построения компромиссной целевой функции, правило Гурвица. Целевая функция в этом случае принимает вид: $F_{\text{г}}=(1-\lambda)F_{\min}+\lambda F_{\max}$, где λ — параметр оптимизма ($0\leq\lambda\geq 1$).

Если ЛПР не может непосредственно выбрать единственного представителя c_j^0 из интервала $[c_j^L, c_j^R]$, $j=1...n$, то предлагается использовать другой способ построения компромиссной целевой функции. Он заключается в том, что фиксируется множество состояний природы z_j, $j=1...s$ (множество возможных значений) как состояний неопределенности. Выбор состояний природы должен осуществляться так, чтобы ЛПР мог указать вероятности наступления состояний p_j,

$$\sum_{j=1}^{s} p_j z_j = 1.$$

Пусть множество состояний определено как

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ ... \\ z_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & ... & c_{1s} \\ c_{21} & c_{22} & ... & c_{2s} \\ ... & ... & ... & ... \\ c_{n1} & c_{n2} & ... & c_{ns} \end{pmatrix}.$$

Тогда в качестве функции компромисса должна быть выбрана ожидаемая величина

$$F_{\text{ож}} = (x_1, x_2, ..., x_n) = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & ... & c_{1s} \\ c_{21} & c_{22} & ... & c_{2s} \\ ... & ... & ... & ... \\ c_{n1} & c_{n2} & ... & c_{ns} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ ... \\ p_s \end{pmatrix}.$$

Таблица 1
Показатели сельскохозяйственных культур

№	Показатель/культура	Рожь	Пшеница	Картофель
1	Урожайность, ц/га (*U*)	[30, 37]	[39, 46],	[250, 282].
2	Трудозатраты, чел.-ч/га (*T*)	16	20	80
3	Денежные затраты, руб./га (*W*)	180	226	782

Таблица 2
Ограничения задачи

1	По суммарной площади, га	1000	Не более
2	По трудозатратам, чел.-ч	30000	Не более
3	По денежным затратам	320000	Не более
3	По зерновым, ц	32000	Не менее
4	По картофелю, ц	40000	Не менее
5	Все площади положительны, га		

Рассмотрим пример оптимизации посевных площадей, используя предложенный подход. Требуется определить оптимальные площади под посев сельскохозяйственных культур: рожь, пшеница и картофель, которые позволят получить максимальный общий объем продукции в центнерах.

Исходные данные задачи приведены в таблицах: показатели культур (табл. 1), ограничения (табл. 2).

Математическая модель

Обозначения: x_1 — площадь под посев ржи; x_2 — площадь под посев пшеницы; x_3 — площадь под посев картофеля.

Ограничения:

- по площади: $x_1+x_2+x_3 \le 1000$;
- по трудозатратам: $T_1\,x_1+T_2\,x_2+T_3\,x_3 \le 30000$;
- по денежным затратам: $W_1\ x_1+W_2\ x_2+ +W_3\,x_3 \le 320000$;
- по количеству зерновых: $U_1\,x_1+U_2\,x_2 \ge 32000$;
- по количеству картофеля: $U_3\,x_3 \ge 40000$;
- по значению: $x_1 \ge 0$, $x_2 \ge 0$, $x_3 \ge 0$.

Критерий: объем продукции в центнерах — Q = $=U_1\ x_1+U_2\ x_2+U_3\ x_3 \to \max$ и $U_1 \in [30, 37]$, $U_2 \in [38, 46]$, $U_3 \in [250, 282]$.

Пусть в зависимости от погоды урожайность культур может принимать три значения (три состояния природы) с вероятностями $p_1=0{,}3$; $p_2=0{,}5$; $p_3=0{,}2$, а соответствующие параметры урожайности по культурам следующие. Рожь: $U_{11}=30$; $U_{12}=33$; $U_{13}=37$. Пшеница: $U_{21}=39$; $U_{22}=42$; $U_{23}=46$; Картофель: $U_{31}=250$; $U_{32}=265$; $U_{33}=282$. Расчет проведем, предполагая параметр оптимизма $\lambda=0{,}7$.

Алгоритм решения включает следующую последовательность шагов.

1. Определяем два крайних варианта компромиссных целевых функций, которые получаются при максимальных и минимальных значениях коэффициентов урожайности *U*:

$$Q_{\min}=U_{1\,\min}\,x_1+U_{2\,\min}\,x_2+U_{3\,\min}\,x_3=$$

$$30\,x_1+39\,x_2+250\,x_3;$$

$$Q_{\max}=U_{1\,\max}\,x_1+U_{2\,\max}\,x_2+U_{3\,\max}\,x_3=$$

$$=37\,x_1+46\,x_2+282\,x_3.$$

2. Определяем $Q_{\min}$ и $Q_{\max}$, решая задачу линейного программирования с исходными ограничениями. Имеем: $Q_{\min}=74380$, $Q_{\max}=89806$.
3. Находим компромиссную целевую функцию при $\lambda=0{,}7$:

$$Q_K=0{,}3\,Q_{\min}+0{,}7\,Q_{\max}=$$

$$=0{,}3\,(30\,x_1+39\,x_2+250\,x_3)+0{,}7\,(37\,x_1+46\,x_2+282\,x_3)=$$

$$=34{,}9\,x_1+43{,}9\,x_2+272{,}4\,x_3 \to \max.$$

Решаем задачу линейного программирования $Q_K \to \max$ с исходными ограничениями. Получаем $Q^*_K=84435{,}6$ при $x^*=(0, 732, 192)$.

4. Найдем ожидаемое значение целевой функции компромисса $Q_{\text{ож}}$, зная параметры исходов урожайностей и вероятности этих исходов:

$$Q_{\text{ож}}=(x_1,x_2,x_3)=\begin{pmatrix}30 & 33 & 37\\ 39 & 42 & 46\\ 250 & 265 & 282\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0{,}2\\ 0{,}5\\ 0{,}3\end{pmatrix}.$$

Выполнив вычисления, получаем

$$Q_{\text{ож}}=32{,}9\,x_1+41{,}9\,x_2+263{,}9\,x_3.$$

Оптимальное значение

$$Q^*_{\text{ож}}=80569{,}2 \text{ при } x^*=(0, 764, 184).$$

Теперь перейдем к рассмотрению более общего случая, а именно рассмотрим линейные модели

Таблица 3
Нижние и верхние границы интервалов урожайности культур

α	U_1^L	U_2^L	U_3^L	U_1^R	U_2^R	U_3^R
0,2	30,6	39,6	253	36,2	45,2	278,6
0,4	31,2	40,2	256	35,4	44,4	275,8
0,6	31,8	40,8	259	34,6	43,6	271,8
0,8	32,4	41,4	262	33,8	42,8	268,4
1,0	33	42	265	33	42	265

Таблица 4
Нижние и верхние границы интервалов денежных затрат

α	T_1^L	T_2^L	T_3^L	T_1^R	T_2^R	T_3^R
0,2	172	221,2	776,4	196	229,2	799,4
0,4	174	222,4	777,8	192	228,4	786,8
0,6	176	223,6	779,2	188	227,6	785,2
0,8	178	224,8	780,6	184	226,8	783,6
1,0	180	226	782	180	276	782

принятия оптимальных решений, в которых целевая функция и ограничения содержат нечеткие параметры. В этом случае задача формулируется следующим образом:

$$F_{\text{неч}} = \sum_i p_{\text{неч}\, i}\, x_i \to \max, \quad (4)$$

при ограничениях

$$\sum_i d_{\text{неч}\, ij}\, x_i \succ h_i, \forall j = 1...n. \quad (5)$$

Коэффициенты целевой функции (4)

$$p_{\text{неч}\, i} \in [p_i^L, p_{iR}]$$

и коэффициенты ограничений (5)

$$d_{\text{неч}\, ij} \in [d_{ij}^L, dij^R]$$

представляют собой нечеткие числа, индексы L и R означают левую и правую границы носителя нечеткого числа. Знак «$\succ$» в ограничениях (5) читается как «не хуже». Отношение

$$«\sum_i d_{\text{неч}\, ij}\, x_i \text{ не хуже } h_i»$$

определяется как

$$«\sum_i d_{\text{неч}\, ij}\, x_i \text{ содержится в } h_i».$$

Иначе говоря, ограничение (5) можно записать как

$$\sum_i d_{\text{неч}\, ij}\, x_i \subseteq h_i.$$

Для решения данной задачи применим подход, предложенный в [5].

Применение данного алгоритма позволяет решение исходной нечеткой задачи свести к решению ряда задач линейного программирования. Это делается следующим образом.

1. Вводим дискретные α_k-уровни, ($k \in K$ — число уровней).
2. Критерий (4) записывается в виде четкой функции цели вида:

$$f(x) = \sum_k [f_k^L(\alpha_k, x) + f_k^R(\alpha_k, x)]\, \alpha_k \underset{x}{\to} \max, \quad (6)$$

где

$$f_k^m(\alpha_k, x) = \sum_i d_i^m(\alpha_k)\, x_i, m \in [L, R].$$

3. Ограничения (5) записываются в виде системы интервальных ограничений на каждом α_k-уровне:

$$\sum_i [d_{ij}^L(\alpha_k), d_{ij}^R(\alpha_k)] x_i \subseteq [h_j^L(\alpha_k), h_j^R(\alpha_k)], \forall j.$$

Таблица 5

Нижние и верхние интервалы правых частей нечетких ограничений

α	T^L	T^R	$h_1{}^L$	$h_1{}^R$	$h_2{}^L$	$h_2{}^R$
0,2	263300	289700	29600	34400	33400	39000
0,4	266600	286400	30200	33800	33800	38000
0,6	269900	283100	30800	33200	34200	37000
0,8	273200	279800	31400	32600	34600	36000
1,0	276000	276000	32000	32000	35000	35000

4. Записываем неравенства отдельно по левому и правому краям с учетом знаков неравенства (при этом размерность увеличивается):

$$\sum_i d_{ij}^L(\alpha_i) x_i \geq h_j^L(\alpha_i); \ \sum_i d_{ij}^R(\alpha_i) x_i \leq h_j^R(\alpha_i). \quad (7)$$

5. Получаем задачу ЛП с четкими коэффициентами.
6. Решаем полученную задачу симплекс-методом.
7. В результате исходная нечеткая задача представляется в виде совокупности обычных задач линейного программирования. При этом, если альтернатива x_0 есть решение задачи max (c, x) на множестве уровня α, то число α есть степень принадлежности альтернативы x_0 нечеткому множеству решений исходной задачи.
8. Чтобы получить четкое решение, можно применить один из известных методов дефаззификации, например, взвешивание по методу «центра тяжести». Пусть x^*_{ik} — оптимальное решение задачи на уровне α. Тогда четкое решение задачи $x=\{x_i\}$, $i=1...n$ по методу дефаззификации определяется как:

$$x_i = \frac{\sum_{k=1}^K x_{ik}^* \alpha_k}{\sum_{k=1}^K \alpha_k}, \ i = 1...n. \quad (8)$$

Рассмотрим применение предложенного подхода на нашем примере оптимизации посевных площадей. В качестве нечетких параметров в данной задаче будут выступать данные по урожайности культур и денежным затратам. Имеющаяся земельная площадь и данные по трудоемкости заданы четко. При таких предположениях нечеткая модель задачи имеет следующий вид:

$$U_{\text{неч}\,1}\, x_1 + U_{\text{неч}\,2}\, x_2 + U_{\text{неч}\,3}\, x_3 \to \max,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 1000,$$

$$16\, x_1 + 20\, x_2 + 80\, x_3 \leq 30000,$$

$$T_{\text{неч}\,1}\, x_1 + T_{\text{неч}\,2}\, x_2 + T_{\text{неч}\,3}\, x_3 \subseteq T_{\text{неч}},$$

$$U_{\text{неч}\,1}\, x_1 + U_{\text{неч}\,1}\, x_2 \subseteq h_{\text{неч}\,1},$$

Таблица 6

Варианты оптимальных решений по α-уровням

α	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
x^*	(0, 761, 140)	(0, 761, 138)	0, 761, 136)	(0,762, 134)	(0, 762, 133)

$$U_{\text{неч 1}}\, x_3 \subseteq h_{\text{неч 2}},$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Будем считать, что коэффициенты целевой функции (нормативы урожайности трех культур) и коэффициенты ограничений (нормативы по урожайности и денежным затратам) заданы экспертно в виде нечетких треугольных чисел:

$$U_{\text{неч 1}}=(30, 33, 37);\ U_{\text{неч 1}}=(39, 42, 46);$$

$$U_{\text{неч 1}}=(250, 265, 282);\ T_{\text{неч 1}}=(170, 180, 200);$$

$$T_{\text{неч 1}}=(220, 226, 230);\ T_{\text{неч 1}}=(775, 782, 790);$$

$$T_{\text{неч 1}}=(260000, 276500, 293000);$$

$$h_{\text{неч 1}}=(29000, 32000, 35000);$$

$$h_{\text{неч 1}}=(33000, 35000, 40000).$$

Для решения зададим следующие α-уровни: α_1=0,2; α_2=0,4; α_3=0,6; α_4=0,8, α_5=1,0.

Для каждого α-уровня рассчитаем параметры, заданные нечеткими числами в виде интервалов $[b_i^L, b_i^R]$, где $b=(U, T, h_1, h_2)$ (приведены в табл. 3-5), и запишем задачу линейного программирования с критерием в виде соответствующего слагаемого функции (6) и ограничениями вида (7).

Применяя формулу (8) к данным табл. 6, находим четкое решение исходной задачи: $x^*=(0, 762, 135)$. Для целевой функции определяем четкий интервал, в котором она может принимать значение при четком решении, используя формулу (6), отдельно для определения нижней границы $f^L(x^*)$ и верхней границы $f^R(x^*)$ интервала. Имеем $f^*(x^*)\in[66523, 69141]$. За четкое значение $f(x^*)$ можно взять середину интервала, т. е. $f^*(x^*)=67829$. Таким образом, было получено следующее решение. Под посев ржи следует выделить 0 га; под пшеницу — 762 га, под картофель — 135 га. При такой структуре посева общий объем продукции равен 76829 ц.

Список использованных источников

1. Ю. А. Зак. Принятие решений в условиях нечетких и размытых данных: fuzzy-технологии. М.: Изд. Либрокон, 2013. 352 с.
2. Р. Г. Кравченко. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве. М.: Колос, 2009. 424 с.
3. Е. М. Мелькумова. О решении некоторых задач нечеткого математического программирования//Вестник ВГУ. Серия: «Системный анализ и информационные технологии». 2009. № 2. С. 19-24.
4. В. Е. Парфенова. Нечеткая модель оптимизации структуры посевных площадей//Известия СПбГАУ. № 48. СПб., 2017. С. 176-183.
5. А. С. Птускин. Нечеткие модели и методы в менеджменте. М.: Изд. МГТУ им. Баумана. 2008. 216 с.
6. И. Ю. Стародубцев. Решение задачи линейного программирования с нечеткими параметрами//технические науки — от теории к практике: сб. статей по матер. междунар. науч-практ. конф. Новосибирск: СибАК, 2012. С. 127-132.
7. G. Klir, B. Yuan. Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications. N. Y: Prentice Hall: Upper Saddle River, 1995. 574 p.

Fuzzy models of optimal decision making in management of agricultural production

V. E. Parfenova, doctor of economical sciences, professor, Saint-Petersburg state agrarian university.

In modern conditions to achieve significant results in the agricultural sector is impossible without entering it on the path of innovative development. Speaking about innovative development in this field typically deal with the production and technological direction. However, innovation does not stop there. Also needs new approaches and methods of economic decision making, which is an element of economic and organizational direction. The main feature of agricultural production is that it depends on the production-economic, social and natural-biological factors. Their combined effect lead to the fact that the indicators of agricultural production are not deterministic quantities. They fluctuate both in time and in space. Therefore, the problem of managerial decision-making under uncertainty in agricultural production is extremely important and relevant.

The agricultural science plays an important role optimization approach. However, developed to date, quantitative methods for optimal decision making given the opportunity to choose the best alternatives or in conditions of certainty (deterministic models) or in terms of specific kinds of uncertainty, wearing a probabilistic (stochastic model). Such models do not give an adequate solution of the problem in terms of the other uncertainty, non-probabilistic nature, the presence of which is most characteristic of modern economic challenges. With a unified voice to address various types of uncertainty allows the theory of fuzzy sets. Its use will contribute to the further development of the optimization approach in agricultural science.

This article is devoted to application of fuzzy mathematical programming to the solution of problems of agricultural production.

Keywords: innovative development, agricultural production, control, fuzzy model, optimization.